BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ

№3 Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası 2015

УДК 517.95

НЕПРЕРЫВНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА С НЕКЛАССИЧЕСКИМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ

А.Н.САФАРОВА
Институт Математики и Механики НАНА
nizameddin @ hotbox.ru

В работе изучается непрерывная зависимость решения обратной краевой задачи для параболического уравнения второго порядка с неклассическими краевыми условиями.

Ключевые слова: *обратная краевая задача, параболическое уравнение, метод Фурье, классическое решение.*

Рассмотрим для уравнения

$$a_1(t)u_t(x,t)+a_0(t)u(x,t)=u_{xx}(x,t)+f(x,t) \qquad (1)$$

в области $D_T=\{(x,t):0\le x\le 1,\ 0\le t\le T\}$ обратную краевую задачу с нелокальным условием

$$u(x,0)+\delta u(x,T)=\varphi(x) \quad (0\le x\le 1), \qquad (2)$$

граничным условием

$$u(1,t)=0 \quad (0\le t\le T), \qquad (3)$$

неклассическим краевым условием

$$u_{xxx}(0,t)-bu_{xx}(0,t)+a\,u_x(0,t)=0 \ (0\le t\le T) \qquad (4)$$

и с дополнительным условием

$$u(x_0,t)=h(t) \quad (0\le t\le T), \qquad (5)$$

где $x_0\in(0,1), a>0, b>0,\ \delta\ge 0$ – заданные числа, $a_1(t)>0$, $f(x,t),\ \varphi(x),\ h(t)$ – заданные функции, а $u(x,t)$ и $a_0(t)$ – искомые функции.

Определение. Классическим решением задачи (1)-(5) назовём пару $\{u(x,t),a_0(t)\}$ функций $u(x,t)$ и $a_0(t)$, обладающих следующими свойствами:

1) функция $u(x,t)$ непрерывна в D_T вместе со всеми своими производными, входящими в уравнение (1) и условие (4);

2) функция $a_0(t)$ непрерывна на $[0,T]$;

3) все условия (1)-(5) удовлетворяются в обычном смысле.

Решая однородную задачу, соответствующую задаче (1)-(4), методом разделения переменных, приходим к спектральной задаче [1,2]:

$$y''(x)+\lambda \quad y(x)=0, \quad 0\le x\le 1 \tag{6}$$

$$y(1)=0,\ (a-\lambda)y'(0)+\lambda b y(0)=0\ ,\ a>0,\ b>0\ , \tag{7}$$

которая имеет только собственные функции $y_k(x)=\sqrt{2}\sin\left(\sqrt{\lambda_k}(1-x)\right)$, $k=0,1,2....$, с положительными собственными числами из уравнения $tg\sqrt{\lambda}=(a-\lambda)/(b\sqrt{\lambda})$. Нулевой индекс присваиваем любой собственной функции, а все остальные нумеруем в порядке возрастания собственных чисел.

В работе [1, 2] сформулированы и обоснованы следующие утверждения.

Лемма 1. Биортогонально сопряжённая система $\{z_k(x)\}$ к системе $\{y_k(x)\}$, $k=1,2,3,...$, определяется по формуле

$$z_k(x)=\sqrt{2}(\sin(\sqrt{\lambda_k}(1-x))-\sqrt{\lambda_0}\cos\sqrt{\lambda_k}(\sin\sqrt{\lambda_0}(1-x))/(\sqrt{\lambda_k}\cos\sqrt{\lambda_0}))/(1+$$
$$+b^{-1}\cos^2\sqrt{\lambda_k}+(b\lambda)^{-1}a\cos^2\sqrt{\lambda_k}).$$

Теорема 1. Системы $\{y_k(x)\}$ и $\left\{\sqrt{2}\cos(\sqrt{\lambda_k}(1-x))\right\}$, $k=1,2,...$, являются базисами Рисса в пространстве $L_2(0,1)$.

Так как функции $\{y_k(x)\}$, $k=1,2,3,...$, являются базисами Рисса в пространстве $L_2(0,1)$, тогда известно [3], что для любой функции $g(x)\in L_2(0,1)$ справедлива

$$g(x)=\sum_{k=1}^{\infty}g_k\cdot y_k(x),$$

где

$$g_k=\int_0^1 g(x)z_k(x)dx.$$

В работе [4] при предположениях $g(x)\in C[0,1],\ g'(x)\in L_2(0,1)$, $g(1)=0$ устанавливается оценка

$$\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\sqrt{\lambda_k}\,|g_k|)^2\right)^{1/2}\le 2bm_0\left|g(0)+\frac{\sqrt{\lambda_0}}{\cos\sqrt{\lambda_0}}\int_0^1 g(x)\sin(\sqrt{\lambda_0}(1-x))dx\right|+\sqrt{2}M\|g'(x)\|_{L_2(0,1)}, \tag{8}$$

где

$$M=\left\{\sum_{k=1}^{N}\int_0^1 y_k^2(x)dx+2b^2\sum_{k=N}^{\infty}\frac{2}{3(\pi/4+\pi(k-1))^2}+2\right\}^{\frac{1}{2}},$$

$$m_0 = \sup_k \left(\frac{\lambda_k}{|\lambda_k - a|} \right) \cdot \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_k} \right)^{1/2}.$$

Далее пусть $g(x) \in C^1[0,1]$, $g''(x) \in L_2(0,1)$, $g(1) = 0$ и

$$J(g) \equiv b\left(g(0) + \frac{\sqrt{\lambda_0}}{\cos\sqrt{\lambda_0}} \int_0^1 g(x) \sin(\sqrt{\lambda_0}(1-x))dx \right) - g'(0) = 0.$$

Тогда доказывается, что

$$\left(\sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k |g_k|)^2 \right)^{1/2} \le m_1 |g'(0)| + \sqrt{2} M \|g''(x)\|_{L_2(0,1)}, \tag{9}$$

где

$$m_1 = 2\left[a^2 \left(\sup_k \left| \frac{\lambda_k}{|\lambda_k - a|} \right| \right) \cdot \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_k^4} \right) + a \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_k^2} \right)^{1/2} \right].$$

Теперь при предположениях $g(x) \in C^2[0,1]$, $g'''(x) \in L_2(0,1)$, $g(1) = 0$, $J(g) = 0$ и $g''(1) = 0$ справедлива оценка:

$$\left(\sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k \sqrt{\lambda_k} |g_k|)^2 \right)^{1/2} \le m_2 |g'(0)| + m_3 |g''(0)| + \sqrt{2} M \|g''(x)\|_{L_2(0,1)}, \tag{10}$$

где

$$m_2 = 4\left(a^2 \sup_k \left| \frac{\lambda_k}{\lambda_k - a} \right| \cdot \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_k^3} \right)^{1/2} + a \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_k} \right)^{1/2} \right],$$

$$m_3 = 4\left(ab \sup_k \left| \frac{\lambda_k}{\lambda_k - a} \right| \cdot \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_k^3} \right)^{1/2} + b \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_k^2} \right)^{1/2} \right].$$

Пусть, $g(x) \in C^3[0,1], g^{(4)}(x) \in L_2(0,1), g(1) = 0$, $J(g) = 0$, $g''(1) = 0$, $g'''(0) - bg''(0) + ag'(0) = 0$. Тогда имеем:

$$\left(\sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k^2 |g_k|)^2 \right)^{1/2} \le \sqrt{2} M \left\| g^{(4)}(x) \right\|_{L_2(0,1)} + 2m_4 |g'''(0)|, \tag{11}$$

где

$$m_4 = \sup_k \left(\frac{\lambda_k}{|\lambda_k - a|} \right) \cdot \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_k^2} \right)^{1/2}.$$

Теперь, с целью исследования задачи (1)-(5), рассмотрим следующие пространства:

1. Обозначим через $B_{2,T}^{2}$ [5], совокупность всех функций $u(x,t)$ вида

$$u(x,t)=\sum_{k=1}^{\infty}u_k(t)y_k(x) \quad ,$$

рассматриваемых в D_T, где каждая из функций $u_k(t)$ непрерывна на $[0,T]$ и

$$\left\{\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2\|u_k(t)\|_{C[0,T]})^2\right\}^{1/2}<+\infty .$$

Норму на этом множестве определим так:

$$\|u(x,t)\|_{B_{2,T}^{2}}=\left\{\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2\|u_k(t)\|_{C[0,T]})^2\right\}^{1/2} .$$

2. Через E_T^2 обозначим пространство, состоящее из топологического произведения

$$B_{2,T}^{2}\times C[0,T].$$

Норма элемента $z=\{u,a_0\}$ определяется формулой

$$\|z\|_{E_T^2}=\|u(x,t)\|_{B_{2,T}^{2}}+\|a_0(t)\|_{C[0,T]} .$$

Известно, что $B_{2,T}^{2}$ и E_T^2 являются банаховыми пространствами.

Первую компоненту $u(x,t)$ решения $\{u(x,t),a_0(t)\}$ задачи (1)-(5) будем искать в виде:

$$u(x,t)=\sum_{k=1}^{\infty}u_k(t)y_k(x) \quad , \tag{12}$$

где

$$u_k(t)=\int_0^1 u(x,t)z_k(x)dx \;\; (k=1,2,...) .$$

Применим метод разделения переменных для определения искомых функций $u_k(t)$ $(k=1,2,...;)$. Тогда из (1) и (2) имеем:

$$a_1(t)u_k'(t)+\lambda_k u_k(t)=F_k(t;a_0,u) \;\; (k=1,2,...;0\le t\le T), \tag{13}$$

$$u_k(0)+\delta u_k(T)=\varphi_k\,(k=1,2,...), \tag{14}$$

где

$$F_k(t;u,a)=f_k(t)-a_0(t)u_k(t),\; f_k(t)=\int_0^1 f(x,t)z_k(x)dx,$$

$$\varphi_k=\int_0^1\varphi(x)z_k(x)dx \quad (k=1,2,...).$$

Решая задачу (13), (14), находим:

$$u_k(t)=\frac{\varphi_k e^{-\int_0^t \frac{\lambda_k ds}{a_1(s)}}}{1+\delta e^{-\int_0^T \frac{\lambda_k ds}{a_1(s)}}}+\int_0^t \frac{F_k(\tau;a_0,u)}{a_1(\tau)}e^{-\int_\tau^t \frac{\lambda_k ds}{a_1(s)}}d\tau-$$

$$-\frac{\delta e^{-\int_0^T \frac{\lambda_k ds}{a_1(s)}}}{1+\delta e^{-\int_0^T \frac{\lambda_k ds}{a_1(s)}}}\int_0^T \frac{F_k(\tau;a_0,u)}{a_1(\tau)}e^{-\int_\tau^t \frac{\lambda_k ds}{a_1(s)}}d\tau \quad (k=1,2,...). \tag{15}$$

После подстановки выражения $u_k(t)$ $(k=1,2,\ldots)$ из (15) в (12) имеем:

$$u(x,t)=\sum_{k=1}^{\infty}\left\{\frac{\varphi_k e^{-\int_0^t \frac{\lambda_k ds}{a_1(s)}}}{1+\delta e^{-\int_0^T \frac{\lambda_k ds}{a_1(s)}}}+\int_0^t \frac{F_k(\tau;a_0,u)}{a_1(\tau)}e^{-\int_\tau^t \frac{\lambda_k ds}{a_1(s)}}d\tau-\right.$$

$$\left.-\frac{\delta e^{-\int_0^T \frac{\lambda_k ds}{a_1(s)}}}{1+\delta e^{-\int_0^T \frac{\lambda_k ds}{a_1(s)}}}\int_0^T \frac{F_k(\tau;a_0,u)}{a_1(\tau)}e^{-\int_\tau^t \frac{\lambda_k ds}{a_1(s)}}d\tau\right\}y_k(x). \tag{16}$$

Теперь из (5), получим [4]:

$$a_0(t)=h^{-1}(t)\left\{a_1(t)h'(t)-f(x_0,t)-\sum_{k=1}^{\infty}\lambda_k\left(\frac{\varphi_k e^{-\int_0^t \frac{\lambda_k ds}{a_1(s)}}}{1+\delta e^{-\int_0^T \frac{\lambda_k ds}{a_1(s)}}}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\int_0^t \frac{F_k(\tau;a_0,u)}{a_1(\tau)}e^{-\int_\tau^t \frac{\lambda_k ds}{a_1(s)}}d\tau-\frac{\delta e^{-\int_0^T \frac{\lambda_k ds}{a_1(s)}}}{1+\delta e^{-\int_0^T \frac{\lambda_k ds}{a_1(s)}}}\int_0^T \frac{F_k(\tau;a_0,u)}{a_1(\tau)}e^{-\int_\tau^t \frac{\lambda_k ds}{a_1(s)}}d\tau\right)y_k(x_0)\right\}. \tag{17}$$

Изучим непрерывную зависимость решения задачи (1)-(5) от данных $f(x,t),\varphi(x),\ h(t)$.

Обозначим через $\{u_i(x,t),a_{i0}(t)\}$ $(i=1,2)$ решение задачи (1)-(5) в шаре $K=K_R(\|z\|_{E_T^3}=R)$ пространства $E^2{}_T$ соответственно данным $f_i(x,t),\varphi_i(x),h_i(t)$ $(i=1,2)$, где R определен в [4].

Тогда из (15) и (17) соответственно имеем:

$$\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2\|u_{1k}(t)-u_{2k}(t)\|_{C[0,T]})^2\right)^{1/2}\le\sqrt{2}\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2|\varphi_{1k}-\varphi_{2k}|)^2\right)^{1/2}+$$

$$+\sqrt{2}\left\|a_1^{-1}(t)\right\|(1+\delta)\sqrt{T}\left(\int_0^T\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2|F_{1k}(\tau;u_1,a_{10})-F_{2k}(\tau;u_2,a_{20})|)^2d\tau\right)^{1/2}, \qquad (18)$$

$$|a_{10}(t)-a_{20}(t)|\le\left|h_1^{-1}(t)\right|\{|a_1(t)||h_1(t)-h_2(t)|+$$
$$+|f_1(x_0,t)-f_2(x_0,t)|+|a_1(t)||h_1'(t)-h_2'(t)|+$$
$$+\left(\sum_{k=1}^{\infty}\lambda_k^{-2}\right)^{1/2}\left[\sqrt{2}\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2|\varphi_{1k}-\varphi_{2k}|)^2\right)^{1/2}+\right.$$
$$\left.+\sqrt{2}\left\|a_1^{-1}(t)\right\|_{C[0,T]}(1+\delta)\sqrt{T}\left(\int_0^T\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2|F_{1k}(\tau;u_1,a_{10})-F_{2k}(\tau;u_2,a_{20})|)^2d\tau\right)^{1/2}\right],$$

где

$$\varphi_{ik}=\int_0^1\varphi_i(x)z_k(x)dx,\quad f_{ik}(t)=\int_0^1 f_i(x,t)z_k(x)dx,$$

$$F_{ik}(t;u_i,a_{ik})=f_{ik}(t)-a_{i0}(t)u_{ik}(t),\ u_{ik}(t)=\int_0^1 u_i(x,t)z_i(x)dx\quad(i=1,2). \qquad (19)$$

Предположим, что данные задачи (1)-(5) удовлетворяют следующим условиям:

1. $\varphi_i(x)\in C^3[0,1],\varphi_i^{(4)}(x)\in L_2(0,1),\varphi_i(1)=0$, $J(\varphi_i)=0$, $\varphi_i''(1)=0$, $\varphi_i'''(0)-b\varphi_i''(0)+a\varphi_i'(0)=0\ (i=1,2)$;

2. $f_i(x,t), f_{ix}(x,t),\ f_{ixx}(x,t), f_{ixxx}(x,t)\in C(D_T),\ f_i^{(4)}(x,t)\in L_2(D_T)$, $f_i(1,t)=0, J(f_i)=0$;

$$f_{ixx}(1,t)=0,\ \ f_i'''(0,t)-b\,f_i''(0,t)+af_i'(0,t)=0\quad(0\le t\le T)\ \ (i=1,2);$$

3. $\delta\ge 0$, $0<a_1(t)\in C[0,T],\ h_i(t)\in C^1[0,T],\ \ h_i(t)\ne 0\ \ (0\le t\le T)$, $\varphi_i(x_0)=h_i(0)+\delta h_i(T)\ (i=1,2)$.

Теперь, из (18) и (19) с учётом (8)-(11), соответственно, имеем:

$$\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2(\|u_{1k}(t)-u_{2k}(t)\|_{C[0,T]}))^2\right)^{1/2}\le\sqrt{2}(m_1|\varphi_1'''(0)-\varphi_2'''(0)|+$$
$$+\sqrt{2}m\left\|\varphi_1^{(4)}(x)-\varphi_2^{(4)}(x)\right\|_{L_2(0,1)}+\sqrt{2}\left\|a_1^{-1}(t)\right\|_{C[0,T]}(1+$$
$$+\delta)\sqrt{T}[m_1\|f_{1xxx}(0,t)-f_{2xxx}(0,t)\|_{C[0,T]}+$$

$$+\sqrt{6}m\| f_{1xxxx}(0,t)-f_{2xxxx}(0,t)(x,t)\|_{L_2(D_T)}+$$

$$+R(m_1(\sum_{k=1}^{\infty}\lambda_k^{-1})^{1/2}+\sqrt{6}mM)(\|a_{10}(t)-a_{20}(t)\|_{C[0,T]}+$$

$$+(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2\|u_{1k}(t)-u_{2k}(t)\|_{C[0,T]})^2)^{1/2})], \tag{20}$$

$$\|a_{10}(t)-a_{20}(t)\|_{C[0,T]}\le \left\|h\ \ (t)\right\|_{C[0,T]}\{R\|h_1(t)-h_2(t)\|_{C[0,T]}+$$

$$+\| f_1(x_0,t)-f_2(x_0,t)\|_{C[0,T]}+\|a_1(t))\|_{C[0,T]}\|h_1'(t)-h_2'(t)\|_{C[0,T]}+$$

$$+\,p(\sum_{k=1}^{\infty}\lambda_k^{-1})^{1/2}[\sqrt{2}\rho(T)(m_1\|\varphi_1'''(0)-\varphi_2'''(0)\|_{C[0,T]}+$$

$$+\sqrt{2}m\left\|\varphi_1^{(4)}(x)-\varphi_2^{(4)}(x)\right\|_{L_2(0,1)})+\sqrt{2}\left\|a_1^{-1}(t)\right\|_{C[0,T]}(1+$$

$$+\delta)\sqrt{T}[m_1\| f_{1xxx}(0,t)-f_{2xxx}(0,t)\|_{C[0,T]}+$$

$$+\sqrt{6}m\| f_{1xxxx}(x,t)-f_{2xxxx}(x,t)\|_{L_2(D_T)}+$$

$$+R(m_1\sum_{k=1}^{\infty}\lambda_k^{-1})^{1/2}+\sqrt{6}mM)(\|a_{10}(t)-a_{20}(t)\|_{C[0,T]}+$$

$$+\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2\|u_{1k}(t)-u_{2k}(t)\|_{C[0,T]})^2)^{1/2})\Big]\Big]\Big\}. \tag{21}$$

Из неравенств (20) и (21) заключаем:

$$(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2\|u_{1k}(t)-u_{2k}(t)\|_{C[0,T]})^2)^{1/2})+\|a_{10}(t)-a_{20}(t)\|_{C[0,T]}\le$$

$$\le\left\|h_1^{-1}(t)\right\|_{C[0,T]}(R\|h_1(t)-h_2(t)\|_{C[0,T]}+\| f_1(x_0,t)-f_2(x_0,t)\|_{C[0,T]}+$$

$$+\|a_1(t)\|_{C[0,T]}\|h_1'(t)-h_2'(t)\|_{C[0,T]})+$$

$$+\sqrt{2}(1+(\sum_{k=1}^{\infty}\lambda_k^{-1})^{1/2}\left\|h^{-1}(t)\right\|_{C[0,T]})(m_1|\varphi_1'''(0)-\varphi_2'''(0)|+$$

$$+\sqrt{2}m\left\|\varphi_1^{(4)}(x)-\varphi_2^{(4)}(x)\right\|_{L_2(D_T)})+$$

$$+\sqrt{2}\left\|a_1^{-1}(t)\right\|_{C[0,T]}(1+\delta)(1+(\sum_{k=1}^{\infty}\lambda_k^{-1})^{1/2}\left\|h^{-1}(t)\right\|_{C[0,T]})\sqrt{T}\times$$

$$\times[m_1\| f_{1xxx}(0,t)-f_{2xxx}(0,t)\|_{C[0,T]}+\sqrt{6}m\| f_{1xxxx}(x,t)-f_{2xxxx}(x,t)\|_{L_2(D_T)}+$$

$$+R(m_1(\sum_{k=1}^{\infty}\lambda_k^{-1})^{1/2}+\sqrt{6}mM)(\|a_{10}(t)-a_{20}(t)\|_{C[0,T]}+$$

$$+(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2\|u_{1k}(t)-u_{2k}(t)\|_{C[0,T]})^2)^{1/2})]. \tag{22}$$

Примем обозначения

$$D_1(T)=\left\|h_1^{-1}(t)\right\|_{C[0,T]},\ D_2(T)=RD_1(T),\ \ D_3(T)=\|a_1(t)\|_{C[0,T]}D_1(T),$$

$$D_4(T)=\sqrt{2}(1+(\sum_{k=1}^{\infty}\lambda_k^{-1})^{1/2}D_1(T))m_1,$$

$$D_5(T)=(1+(\sum_{k=1}^{\infty}\lambda_k^{-1})^{1/2}D_1(T))m,$$

$$D_6(T)=\sqrt{2}\left\|a_1^{-1}(t)\right\|_{C[0,T]}(1+\delta)(1+(\sum_{k=1}^{\infty}\lambda_k^{-1})^{1/2}D_1(T))m_1\sqrt{T},$$

$$D_7(T)=2\sqrt{3}\left\|a_1^{-1}(t)\right\|_{C[0,T]}(1+\delta)(1+(\sum_{k=1}^{\infty}\lambda_k^{-1})^{1/2}D_1(T))m\sqrt{T},$$

$$D_8(T)=\sqrt{2}\left\|a_1^{-1}(t)\right\|_{C[0,T]}(1+\delta)(1+(\sum_{k=1}^{\infty}\lambda_k^{-1})^{1/2}D_1(T))\times$$

$$\times R(m_1\sum_{k=1}^{\infty}\lambda_k^{-1})^{1/2}+\sqrt{6}mM)$$

и оценки (22) перепишем в виде:

$$(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2\|u_{1k}(t)-u_{2k}(t)\|_{C[0,T]})^2)^{1/2})+\|a_{10}(t)-a_{20}(t)\|_{C[0,T]}\le$$

$$\le D_1(T)\|f_1(x_0,t)-f_2(x_0,t)\|_{C[0,T]}+D_2(T)\|h_1(t)-h_2(t)\|_{C[0,T]}+$$

$$+D_3(T)\|h_1'(t)-h_2'(t)\|_{C[0,T]}+D_4(T)\left|\varphi_1'''(0)-\varphi_2'''(0)\right|+$$

$$+D_5(T)\left\|\varphi_1^{(4)}(t)-\varphi_2^{(4)}(t)\right\|_{L_2(0,1)}+D_6(T)\|f_{1xxx}(0,t)-f_{2xxx}(0,t)\|_{C[0,T]}+$$

$$+D_7(T)\|f_{1xxxx}(x,t)-f_{2xxxx}(x,t)\|_{L_2(D_T)}+D_8(T)\sqrt{T}[\|a_{10}(t)-a_{20}(t)\|_{C[0,T]}+$$

$$+(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2\|u_{1k}(t)-u_{2k}(t)\|_{C[0,T]})^2)^{1/2}]. \qquad (23)$$

Итак, учитывая неравенство (23), доказывается следующая

Теорема 2. Пусть выполняются условия 1-3 и

$$D_8(T)\sqrt{T}<1.$$

Тогда справедливо неравенство:

$$(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2\|u_{1k}(t)-u_{2k}(t)\|_{C[0,T]})^2)^{1/2})+\|a_{10}(t)-a_{20}(t)\|_{C[0,T]}\le$$

$$\le D(T)\{\|f_1(x_0,t)-f_2(x_0,t)\|_{C[0,T]}+\|h_1(t)-h_2(t)\|_{C[0,T]}+\|h_1'(t)-h_2'(t)\|_{C[0,T]}+$$

$$+\left|\varphi_1'''(0)-\varphi_2'''(0)\right|+\left\|\varphi_1^{(4)}(t)-\varphi_2^{(4)}(t)\right\|_{L_2(0,1)}+$$

$$+\|f_{1xxx}(0,t)-f_{2xxx}(0,t)\|_{C[0,T]}+\|f_{1xxxx}(x,t)-f_{2xxxx}(x,t)\|_{L_2(D_T)}\},$$

где

$$D(T) = (1 - D_8(T)\sqrt{T})\sum_{i=1}^{7} D_i(T).$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Капустин Н.Ю., Моисеев Е.И. О спектральных задачах со спектральным параметром в граничном условии // Дифференциальные уравнения. 1997, т.33, №1, с.115-119.
2. Капустин Н.Ю., Моисеев Е.И. О сходимости спектральных разложений функций из класса Гёльдера для двух задач со спектральным параметром в граничном условии // Дифференциальные уравнения. 2000. т.36. №8. с.1069-1074.
3. Наймарк М.А. Линейные дифференциальные операторы. М.: Наука, 1969, 526с.
4. Искендерова А.Н. Обратная краевая задача для параболического уравнения второго порядка с неклассическими краевыми условиями // Вестник Бакинского Университета, 2013, №4, с.55-69.
5. Худавердиев К.И., Велиев А.А. Исследование одномерной смешанной задачи для одного класса псевдогиперболических уравнений третьего порядка с нелинейной операторной правой частью. Баку: Чашыоглы, 2010, 168 с.

İKİNCİ TƏRTİB PARABOLİK TƏNLİK ÜÇÜN KLASSİK OLMAYAN SƏRHƏD ŞƏRTLİ TƏRS SƏRHƏD MƏSƏLƏSİNİN HƏLLİNİN KƏSİLMƏZ ASILILIĞI

A.N.SƏFƏROVA

XÜLASƏ

İşdə ikitərtibli parabolik tənlik üçün klassik olmayan sərhəd şərtli tərs sərhəd məsələsinin həllinin bəzi verilənlərdən kəsilməz asılılığı tədqiq olunur.

Açar sözlər: tərs sərhəd məsələsi, parabolik tənlik, Furye üsulu, klassik həll.

CONTINUOUS DEPENDENCE OF SOLUTION OF THE INVERSE PROBLEM FOR THE SECOND ORDER PARABOLIC EQUATIONS WITH NON-CLASSIC BOUNDARY CONDITIONS

A.N.SAFAROVA

SUMMARY

Continuous dependence of the solution of the inverse boundary-value problem for parabolic equations with non-classic boundary conditions is studied in the paper.

Key words: Inverse boundary problem, parabolic equation, Fourier method, classic solution.

Поступила в редакцию: 16.06.2015 г.
Подписано к печати: 17.11.2015 г.